

Simulation of the two-dimensional flow of the initiation channel of the Itaipu hydroelectric power plant by the lattice Boltzmann method

J. Cargnelutti¹, V. Galina², E. Kaviski³, L.M. Gramani⁴, A.M. Lobeiro⁵

1 Coordenação do Curso de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Rua Cristo Rei 19, CEP 85902-490 Toledo PR, Brasil

2 Departamento de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Toledo PR, Brasil

3 Departamento de Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba PR, Brasil

4 Departamento de Matemática, Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba PR, Brasil

5 Departamento de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campo Mourão PR, Brasil

Abstract

This paper analyzes the ability of the Lattice Boltzmann method (LBM) with multiple relaxation times (MRT) in the simulation of flow in practical engineering problems. The case study covered refers to the first section of the initiation channel, which is part of the piracema channel, located in the Itaipu Hydroelectric Power Plant. The initiation channel has submerged obstacles distributed from one margin to the other, in order to reduce water velocity and allow the piracema cycle to occur. The governing equations of flow are the shallow water equations, which will be solved through the LBM-MRT. The non-slip bounce-back scheme was used on walls and obstacles, constant discharge at the inlet and fixed depth at the outlet of the channel. Due to the characteristics of the problem to be simulated, a large eddy simulation (LES) technique was incorporated into the computational code, which allows to obtain results that are closer to the actual behavior of the flow. In addition, the stability of the simulation at all points of the mesh is evaluated for each step of time and, together with the property of the consistency of the LBM, the convergence of the solution is obtained. The simulation provides the depth, velocities in the x and y directions, and the magnitude of water vorticity.

OPEN ACCESS

Published: 03/01/2018

Accepted: 28/11/2017

DOI:
10.23967/j.rimni.2017.11.001

Keywords:
Numerical simulation
lattice Boltzmann method
Shallow water equations
Open-channel flow
Submerged obstacles

Resumo

Este artigo analisa a capacidade do método do reticulado de Boltzmann (LBM) com múltiplos tempos de relaxamento (MRT) na simulação do escoamento em problemas práticos de engenharia. O estudo de caso abordado refere-se ao primeiro trecho do canal de iniciação, que faz parte do canal da piracema, localizado na Usina Hidrelétrica de Itaipu. O canal de iniciação possui obstáculos submersos distribuídos de uma margem até a outra, com o objetivo de reduzir a velocidade da água e permitir a ocorrência do ciclo da piracema. As equações governantes do escoamento são as equações de águas rasas, que serão resolvidas por meio do LBM-MRT. Utilizou-se condições de contorno adequadas para escoamento em canal, vazão e altura da água constante na entrada e saída, respectivamente. Devido às características do problema que pretende-se simular, incorporou-se ao código computacional uma técnica de simulação em grandes escalas (LES - *Large Eddy Simulation*) a qual permite obter resultados mais próximos do comportamento real do escoamento. Além disso, avalia-se a estabilidade da simulação em todos os pontos da malha para cada passo de tempo e, juntamente com a propriedade da consistência do LBM, obtém-se a convergência da solução. A simulação fornece a profundidade, velocidades nas direções x e y, e a magnitude da vorticidade da água.

Palavras-chave: Simulação numérica; método do reticulado de

Boltzmann; equações de águas rasas; escoamento em canal; obstáculos submersos.

1. Introdução

O método do reticulado de Boltzmann é uma ferramenta numérica alternativa para simular escoamento de fluidos. Sua abordagem é diferenciada dos métodos numéricos convencionais, pois não utiliza discretizações nas equações governantes do escoamento. A ideia principal do LBM é fazer a ponte entre a microescala e a macroescala por não considerar o comportamento individual das partículas, mas o comportamento de um conjunto de partículas. Possui equação governante caracterizada pelas etapas de transmissão e colisão, e pode ser visto como uma forma discretizada da equação cinética de Boltzmann em que somente são mantidos os detalhes moleculares essenciais para recuperar o comportamento macroscópico do escoamento [1]. O LBM possui a capacidade de lidar com geometrias complexas, fácil implementação e possibilidade de paralelização do código [1,2,3]. Deve-se também considerar as desvantagens, como nos casos em que é necessário um refinamento da malha, gerando alto custo computacional [2].

Nos últimos anos, o método têm sido estudado por muitos pesquisadores e tornou-se uma área de pesquisa de grande potencial na dinâmica de fluidos computacional, como por

exemplo, o LBM obteve êxito na modelagem de escoamento com distribuição não-hidrostática de pressão [4], fluxo sanguíneo [5,6,7,8], escoamentos multifásicos em meios porosos [9,10], escoamento de fluidos com transferência de calor no interior de microcanais [11] e aplicações nas indústrias aeroespacial e automotiva [12,13]. Acoplamento entre o LBM e outros métodos numéricos também apresentam bons resultados na dinâmica computacional de fluidos [14,15]. Escoamentos envolvendo águas rasas e o modelo onda cinemática também foram abrangidos pelo LBM e as simulações apresentaram bons resultados [2,16,17,18,19,20,21,22]. Em particular, para o caso do modelo onda cinemática, derivado das equações de águas rasas, um estudo sobre bacias hidrográficas naturais foi recentemente aceito na *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, intitulado “Application of lattice boltzmann method for surface runoff in watershed”, de autoria dos mesmos autores deste trabalho, porém ainda não foi publicado [23].

As equações de águas rasas modelam escoamentos muito comuns na natureza e importantes, como por exemplo, canais, rios e estuários [2]. Canais de navegação, de irrigação, de drenagem e canal da piracema, são exemplos de canais artificiais que ajudam no desenvolvimentos das cidades e da agricultura. Em particular, este artigo trás a simulação de um trecho canal de iniciação, que faz parte do canal da piracema. O canal da piracema, construído no parque da usina hidrelétrica de Itaipu, possui grande importância para a região. Pode-se perceber os benefícios que esta obra trouxe, permitindo que diversas espécies de peixes existentes na Costa Oeste do Estado, possam transpor a barragem da usina e, assim, voltam a utilizar sua antiga rota migratória para a desova [24].

Como trata-se de uma aplicação prática de Engenharia e também ao fato que o operador BGK ser menos estável [25,26], optou-se por utilizar o método do reticulado de Boltzmann com múltiplos tempos de relaxamento (LBM-MRT). A capacidade do LBM-MRT foi testada em simulações de escoamento em canais abertos governados pelas equações de águas rasas e apresentaram resultados satisfatórios [27,28,29,26,21]. Além disso, incorporou-se o fenômeno da turbulência, por meio da abordagem LES e do modelo de Smagorinsky. De acordo com Zhou [2], a incorporação da turbulência fornece soluções mais próximas da situação real. Utilizou-se o reticulado quadrado $D2Q9$, considerado uma boa opção para simulação em canais [1]. As condições de contorno *Bounce-back* para as paredes do canal, vazão e altura constantes na entrada e saída do canal, respectivamente, também são consideradas levando em conta as características do canal [30].

O estudo de caso abordado neste trabalho e simulado por meio do LBM, se ratifica por dois principais motivos. O primeiro deles está no fato de que o LBM-MRT é uma alternativa eficiente para simular escoamento de água em canal, com fundo descontínuo, governado pelas equações de águas rasas. Com código de simples implementação e a possibilidade de utilizar computação paralela, o LBM mostra-se um método promissor na dinâmica de fluidos computacional, respeitando as suas restrições. O outro motivo está relacionado com a importância do canal da piracema, permitindo que diversas espécies de peixes possam retomar a rota migratória que utilizavam antes da construção da usina hidrelétrica. Além disso, a contribuição principal deste trabalho está no fato de que não existe na literatura simulação numérica bidimensional do problema proposto.

O trabalho está organizado conforme segue. Na seção 2 têm-se as equações governantes do escoamento. Em seguida, na seção 3 apresenta-se o método numérico que será usado na simulação do estudo de caso que é apresentado na seção 4. A

validação do modelo, as simulações numéricas e discussões foram detalhadas na seção 6, e, em seguida, na seção 7, apresentam-se as conclusões.

2. Equações de Águas Rasas

Para o estudo de caso proposto, o escoamento é governado pelas equações de águas rasas (1) e são apresentadas aqui com notação tensorial [2],

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(hu_i)}{\partial t} + \frac{\partial(hu_i u_j)}{\partial x_j} = -g \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{h^2}{2} \right) + \nu \frac{\partial^2(hu_i)}{\partial x_j \partial x_j} + F_i,$$

onde t é o tempo, h é a profundidade da água, x_j são as coordenadas espaciais x e y , u_i são as componentes do vetor velocidade nas direções x e y , isto é, u e v , g é a aceleração da gravidade, ν é a viscosidade cinemática e F_i é o termo de força dado por,

$$F_i = -gh \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \frac{\tau_{bi}}{\rho}, \quad (2)$$

em que $\partial z_b / \partial x_i$ é a declividade do fundo, ρ é a densidade e τ_{bi} é a tensão de cisalhamento com o fundo do canal, definida por,

$$\tau_{bi} = \rho C_b u_i \sqrt{u_j u_j}, \quad (3)$$

onde C_b é o coeficiente de atrito do leito do canal, que pode ser um valor constante ou estimado por $C_b = g/C_z^2$, em que C_z é o coeficiente de Chezy.

3. Método do Reticulado de Boltzmann

O método do reticulado de Boltzmann, de acordo com Chen e Doolen [1], é um esquema numérico baseado em equações cinéticas formuladas em uma escala mesoscópica, que captura as informações na escala microscópica e simula a dinâmica do fluido em uma escala macroscópica. A dinâmica deste método é dada pela equação do reticulado de Boltzmann, a qual mostra como ocorrem as distribuições das partículas.

A equação do reticulado de Boltzmann (LBE) (4), com o operador de colisão BGK é,

$$f_a(\vec{x} + \vec{e}_a \Delta t, t + \Delta t) - f_a(\vec{x}, t) = -\frac{1}{\tau} (f_a - f_a^{eq}) + \frac{\Delta t}{N_a e^2} e_{ai} F_i(\vec{x}, t), \quad (4)$$

onde $e = \Delta x / \Delta t$ é a velocidade no reticulado, $\Delta x = \Delta y$ é o espaçamento da malha, Δt é o incremento no tempo, \vec{e}_a são as direções de movimento das partículas, f_a é a função distribuição de partículas, F_i é a componente da força na direção i , $N_a = \frac{1}{e^2} \sum e_{ai} e_{ai}$ é uma constante estabelecida de acordo com o reticulado, τ é o parâmetro de relaxamento e f_a^{eq} é a função distribuição de equilíbrio.

Utilizar-se-a o reticulado $D2Q9$, conforme figura 1, cujas direções do movimento são [1,2],

$$\vec{e}_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \text{se } \alpha = 0 \\ e(\cos(\frac{(\alpha-1)\pi}{4}), \sin(\frac{(\alpha-1)\pi}{4})) & \text{se } \alpha = 1, 3, 5, 7 \\ e\sqrt{2}(\cos(\frac{(\alpha-1)\pi}{4}), \sin(\frac{(\alpha-1)\pi}{4})) & \text{se } \alpha = 2, 4, 6, 8 \end{cases} \quad (5)$$

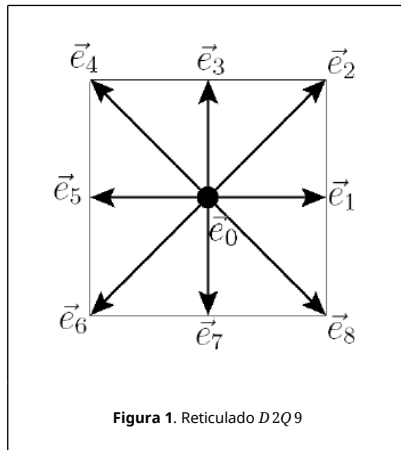


Figura 1. Reticulado D2Q9

A função distribuição de equilíbrio (6) é determinada de forma que se recuperem as equações de águas rasas. Este processo é feito por meio da análise de Chapman-Enskog que conecta a LBE com as equações macroscópicas governantes [2,30],

$$f_\alpha^{eq} = \begin{cases} h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2}u_iu_i, & \alpha = 0 \\ \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2}e_{ai}u_i + \frac{h}{2e^4}e_{ai}e_{aj}u_iu_j + \\ - \frac{h}{6e^2}u_iu_i, & \alpha = 1, 3, 5, 7 \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2}e_{ai}u_i + \frac{h}{8e^4}e_{ai}e_{aj}u_iu_j + \\ - \frac{h}{24e^2}u_iu_i, & \alpha = 2, 4, 6, 8 \end{cases} \quad (6)$$

As quantidades físicas de interesse, a profundidade (7) e a velocidade da água (8), são determinadas de forma a recuperar as equações de águas rasas,

$$h(\vec{x}, t) = \sum_\alpha f_\alpha(\vec{x}, t) \quad (7)$$

e

$$u_i(\vec{x}, t) = \frac{1}{h(\vec{x}, t)} \sum_\alpha e_{ai} f_\alpha(\vec{x}, t). \quad (8)$$

Como o operador BGK é menos estável [25], optou-se por utilizar o MRT. Proposto por d'Humieres [31], O MRT captura as informações físicas do escoamento de forma mais completa e alcança estabilidade numérica de maneira mais eficiente do que o LBM-BGK. Foram Lallemand e Luo [32] que fizeram uma análise sobre a estabilidade do LBM-MRT, mostrando como melhorar o modelo de forma satisfatória. A principal mudança entre o LBM-BGK e o LBM-MRT está no operador de colisão. Migra-se do espaço de velocidades, utilizado do LBM-BGK, para o espaço dos momentos, no LBM-MRT [32]. A equação do

reticulado de Boltzmann com múltiplos tempos de relaxamento é [29],

$$f_\alpha(\vec{x} + \vec{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(\vec{x}, t) = - (M^{-1}\hat{S})_{ai}(m_\alpha - m_\alpha^{eq}) + \frac{\Delta t}{N_\alpha e^2} e_{ai} F_i(\vec{x}, t), \quad (9)$$

em que M é a matriz que transforma um vetor do espaço $V = R^i$, gerado pelas velocidades discretas, em um vetor do espaço dos momentos $M = R^i$, M^{-1} é a matriz inversa de M , $m_{i\alpha}$ são as funções de distribuição no espaço dos momentos, onde $|m\rangle = M|f\rangle$ e $| \cdot \rangle$ é uma notação para vetor coluna, m_α^{eq} são as funções de distribuição de equilíbrio no espaço dos momentos, onde $|m^{eq}\rangle = M|f^{eq}\rangle$ e \hat{S} é uma matriz diagonal $\hat{S} = \text{diag}(s_0, s_1, \dots, s_{\alpha-1})$, onde os seus valores são definidos de acordo com o problema estudado.

Pode-se separar a equação (9) nas etapas de colisão,

$$\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}, t) = - (M^{-1}\hat{S})_{ai}(m_\alpha - m_\alpha^{eq}) + \frac{\Delta t}{6e^2} e_{ai} F_i, \quad (10)$$

com $\alpha = 1, \dots, M$, e a propagação,

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta x, t + \Delta t) = \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}, t), \quad (11)$$

O termo de força em (10), $\frac{\Delta t}{N_\alpha e^2} e_{ai} F_i(\vec{x}, t)$ está sendo somado ao operador de colisão, ou seja, ele não faz parte do operador de colisão. Deste modo, o termo de força pode ser posicionado tanto somando juntamente com o operador de colisão, como na etapa de transmissão.

Considerando-se o reticulado D2Q9, são escolhidos momentos para cada uma das 9 velocidades [32]. Estes momentos formam a matriz $M_{9 \times 9}$ em (12), que é a matriz transformação do espaço das velocidades para o espaço dos momentos,

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 2 & -1 & 2 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Assim, como $|m\rangle = M|f\rangle$, pode-se caracterizar as funções distribuição de equilíbrio do espaço dos momentos (m_α^{eq}) da seguinte forma,

$$m_{(1...9)}^{eq} = \begin{pmatrix} h \\ -4h + \frac{3gh^2}{e^2} + \frac{3h(u^2 + v^2)}{e^2} \\ 4h - \frac{9gh^2}{2e^2} - \frac{3h(u^2 + v^2)}{e^2} \\ \frac{hu}{e} \\ -\frac{hu}{e} \\ \frac{hv}{e} \\ -\frac{hv}{e} \\ \frac{h(u^2 - v^2)}{e^2} \\ \frac{huv}{e^2} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Com relação a estabilidade linear do LBM, não é possível fazer sua caracterização completa [33], porém Zhou [2] estabelece indica algumas condições necessárias para se obter estabilidade na simulação. A respeito das condições para promover a estabilidade do LBM, um primeiro olhar deve ser dirigido para a viscosidade cinemática ν . Ela deve ser sempre positiva em problemas de escoamento envolvendo fenômenos de difusão. É uma propriedade do fluido e relaciona-se com o parâmetro de relaxamento, τ , presente no termo de colisão da LBE,

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} = \frac{2\tau - 1}{6\nu}, \quad (14)$$

com $\tau > 1/2$ [33].

Deve-se garantir que a magnitude da velocidade física resultante do fluido é menor do que a velocidade no reticulado, conforme (15) [2]. O lado esquerdo de (15) é o denominado número de Courant [33],

$$\frac{|\mathbf{u}|^2}{e^2} < 1, \quad (15)$$

e também registra-se a condição (16) para a celeridade,

$$\frac{gh}{e^2} < 1. \quad (16)$$

onde \vec{u} é o vetor de velocidade física do fluido, g é a aceleração da gravidade e h é a altura da água.

Além das condições necessárias citadas acima, o LBM está limitado a fluxos de baixa velocidade e isto sugere que o LBM é adequado para escoamentos subcríticos de águas pouco profundas [2]. Desta forma impõe-se que,

$$\frac{|\mathbf{u}|^2}{gh} < 1, \quad (17)$$

As condições (15), (16) e (17) serão incorporadas ao código computacional e o teste será feito em todos os pontos da malha para cada passo de tempo, garantindo-se, deste forma, que a simulação seja estável.

Atualmente, a limitação (17) está em estudo, como pode ser visto nos trabalhos de Chopard, Pham e Lefèvre [34] e [35],

onde o escoamento é supercrítico, e no trabalho de Rocca et al. [36], onde o escoamento é transcrito. As pesquisas indicam o uso de um reticulado assimétrico para tornar possível a abordagem de problemas envolvendo escoamento supercrítico, pois são apropriados para descrever fluxos com grandes velocidades em uma direção, além disso, são necessários mais estudos para a aplicação em simulações bidimensionais [34].

Utiliza-se, com frequência, no LBM uma viscosidade mais elevada do que a viscosidade cinemática do fluido e os resultados estão em concordância com as simulações disponíveis na literatura [2,17,37,38,39]. A justificativa para esta abordagem, de acordo com Rocca, Adduce e Sciortino [37], é que o LBM é um modelo intrinsecamente viscoso e a viscosidade numérica pode ser adequadamente ajustada em concordância com os parâmetros da discretização, possibilitando evitar instabilidades numéricas. Em particular, Janben, Grilli e Krafczyk [38], simularam escoamento de água com viscosidade no LBM várias vezes mais elevada do que a viscosidade cinemática. Simulações foram feitas no mesmo problema, com o objetivo de manter a estabilidade e aproximar a viscosidade do LBM com a viscosidade cinemática. Observou-se que uma redução ainda maior na viscosidade no LBM não altera significativamente os resultados.

A incorporação do fenômeno da turbulência é realizada na equação governante do LBM-MRT (9), em que o parâmetro de relaxamento τ é substituído pelo parâmetro de relaxamento total $\tau_t = \tau + \tau_e$ (18), onde τ_e é o parâmetro de relaxamento turbulento. Utilizou-se a simulação de grandes escalas (LES), por meio do modelo de Smagorinsky. É uma técnica que oferece resultados refinados e utiliza menos recursos computacionais. A incorporação da turbulência apresentou resultados satisfatórios em diversos trabalhos [2,30],

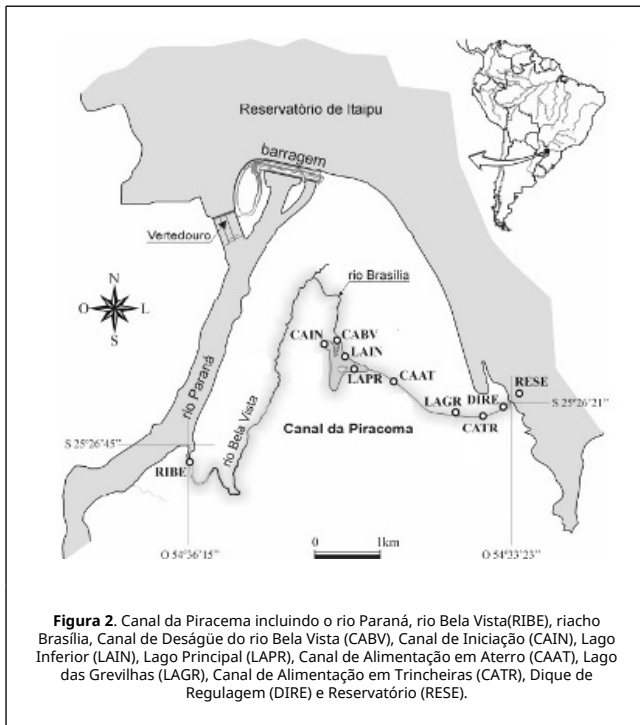
$$\tau_t = \tau + \tau_e = \frac{\tau}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\tau^2 + \frac{18C_s^2}{e^2 h} \sqrt{\Pi_{ij} \Pi_{ij}}}, \quad (18)$$

onde C_s é a constante de Smagorinsky escolhida de forma coerente com o problema e Π_{ij} faz parte do tensor taxa de deformação nas simulações em grandes escalas,

$$\Pi_{ij} = \sum_a e_{ai} e_{aj} (f_a - f_a^{eq}). \quad (19)$$

4. Estudo de caso

O problema que pretende-se simular é baseado em um trecho do canal de iniciação, com comprimento de 33 m e largura de 5 m, localizado entre o lago principal e o lago inferior, conforme figura 2. O canal de iniciação faz parte do canal da piracema, construído na usina hidrelétrica de Itaipu em 2002. Itaipu está localizada no rio Paraná, em um trecho de fronteira entre o Brasil e o Paraguai [40].



O canal de iniciação possui chicanas (obstáculos submersos) posicionadas de uma margem até a outra, com altura de 0,3 m, largura da base 1 m e do topo 0,5 m, a seção transversal é trapezoidal. Outras informações sobre a geometria são descritas conforme Tabela 1.

Tabela 1. Características do canal de iniciação que compõe o Canal da Piracema na Usina Hidrelétrica de Itaipu

Extensão (m)	Decliv. (%)	Larg. Do fundo (m)	Distância entre as chicanas (m)	Núm. de chicanas
443	1,4	5	5	88
64	0	5	-	-

Como o canal possui 507 m de comprimento, optou-se por simular um trecho de 33 m, com seção transversal retangular. Outras informações sobre a geometria do problema simulado são descritas conforme pode ser visto na Tabela 2.

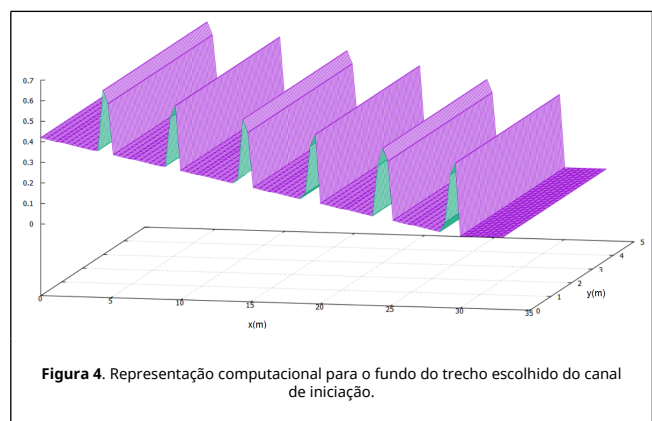
Tabela 2. Características do trecho escolhido do canal de iniciação

Extensão (m)	Decliv. (%)	Larg. Do fundo (m)	Distância entre as chicanas (m)	Núm. de chicanas
30	1,4	5	5	6
3	0	5	-	-

Na figura 3, tem-se um trecho do canal de iniciação no qual o estudo de caso deste trabalho é baseado. Veja que figura 4, tem-se a representação computacional para o fundo deste canal.



Figura 3. Trecho do canal de iniciação no parque da usina hidrelétrica de Itaipu.



A ocorrência da piracema está condicionada às seguintes restrições: velocidades médias não superiores a 3 m/s nas seções transversais ao longo do complexo do parque de barragem, profundidade da água superior a 0,8 m e áreas molhadas nas seções transversais superiores a 6 m² (pode ser de 4 m² em trechos curtos). O não atendimento aos requisitos citados somente serão permitidos em trechos bastante curtos e em condições especiais, como por exemplo, sobre os obstáculos (chicanas) construídas ao longo do canal e nas aberturas das chicanas [41]. Simulações computacionais do escoamento unidimensional realizadas por Muller e Gibertoni [41], concluíram que nas proximidades das chicanas ocorre a diminuição da profundidade da água acompanhada de um aumento de velocidade e no trecho onde o canal não apresenta obstáculo, o fluxo tende a voltar a condição anterior acontecendo um aumento de profundidade e consequentemente diminuição de velocidade.

5. Algoritmo para o LBM-MRT

O algoritmo para o programa desenvolvido com base no LBM-MRT possui todas as etapas do algoritmo para o LBM-BGK. Porém, são necessárias mais etapas no LBM-MRT, pois o operador de colisão MRT necessita de mais cálculos. Portanto, a principal diferença entre os dois algoritmos está na abordagem do operador de colisão.

Na equação governante do LBM-BGK (4), tanto no lado esquerdo como no direito, têm-se a mesma função distribuição

de partículas f_a , isto porque todo o processo de simulação do LBM-BGK ocorre no espaço das velocidades. Observando-se agora a equação governante do LBM-MRT (9), percebe-se que as funções (m_a e m_a^{eq}) que compõem o termo de colisão não são as mesmas que estão do lado esquerdo. Isto ocorre pelo fato de que m_a e m_a^{eq} são funções distribuição que estão no espaço dos momentos.

A transformação do espaço de velocidades para o espaço dos momentos é feita por meio da matriz M apresentada em (12). Além disso, pode-se proceder com a obtenção de funções que estão no espaço de velocidades a partir das funções que estão no espaço dos momentos e isto pode ser feito conforme apresentado na seção 3 e que será descrito a seguir com mais detalhes,

- Escrever a função distribuição de partículas, que está no espaço de velocidades, no espaço dos momentos: $|m\rangle = M|f\rangle$;
- Escrever a função distribuição de equilíbrio, que está no espaço de velocidades, no espaço dos momentos: $|m^{eq}\rangle = M|f^{eq}\rangle$;
- Escrever a função distribuição de partículas, que está no espaço dos momentos, no espaço gerado pelas velocidades: $|f\rangle = M^{-1}|m\rangle$;
- Escrever a função distribuição de equilíbrio, que está no espaço dos momentos, no espaço gerado pelas velocidades: $|f^{eq}\rangle = M^{-1}|m^{eq}\rangle$

Portanto, somente o operador de colisão do LBM-MRT opera no espaço dos momentos. Neste sentido, observa-se que na etapa do operador de colisão, o código recebe f_a e f_a^{eq} , mas precisa transformá-las em m_a e m_a^{eq} . Procedimento análogo ocorre na saída do operador de colisão, têm-se m_a e m_a^{eq} e é necessário obter f_a e f_a^{eq} .

O algoritmo para o programa desenvolvido utilizando o LBM-MRT é fornecido a seguir:

1. Escolha o reticulado. Identifique o tamanho da malha, o passo de temporal e o espacial. Estabeleça o valor para a constante de Smagorinsky, valor inicial para o parâmetro de relaxamento, valores da matriz diagonal \hat{S} e caracterize a geometria do canal.
2. Inicialização ($t = 0$):
 - Inicializa-se o valor da velocidade macroscópica nas direções x e y , $u(x, y, 0)$ e $v(x, y, 0)$, respectivamente;
 - Inicializa-se o valor da profundidade da água $h(x, y, 0)$;
 - Calcular f_a^{eq} , utilizando $h(x, y, 0)$, $u(x, y, 0)$ e $v(x, y, 0)$, por meio de (6);
 - Inicializar $f_a(\vec{x}, 0)$ utilizando $f_a^{eq}(h, u, v)$, ou seja $f_a(\vec{x}, 0) = f_a^{eq}(h, u, v)$.
 - Loop principal ($t = 1$ até t_{max}):
 - Informar quais condições de contorno serão utilizadas e incorporar no código;
 - Atualizar as variáveis macroscópicas, profundidade e velocidades nas direções x e y , utilizando (7) e (8), respectivamente. Além disso, atualiza-se o parâmetro de relaxamento total por meio de (18);
 - Calcular m_a^{eq} utilizando (13);
 - Cálculo do termo de força utilizando (2);
 - Cálculo da colisão usando a expressão (10). Neste

momento ocorrem todas as etapas de transformação descritas nesta seção;

- Cálculo da propagação usando (11);
- Verificar as condições de estabilidade descritas em (15), (16) e (17);
- calcular o erro relativo entre a simulação no tempo atual e no tempo anterior.
- Escrever os resultados.
- Plotar os resultados.

6. Resultados e Discussões

6.1 Etapa I: Validação do modelo

Antes de avaliar o problema proposto, procede-se com a validação do modelo desenvolvido por meio da simulação numérica do escoamento de água ao redor de um cilindro, localizado perpendicularmente ao fundo e no centro do canal. Este problema clássico da Engenharia Hidráulica é bastante utilizado na validação de simulações numéricas. Em Yulistiyanto [42] encontra-se a comparação entre a solução numérica, por meio de diferenças finitas, e os dados experimentais. Em 2004, Zhou [2] refez esta simulação utilizando o LBM com um tempo de relaxamento. Os parâmetros utilizados são encontrados em Yulistiyanto [42], possibilitando a comparação com os dados experimentais. O comprimento do canal é $L_x = 4m$, a largura é $L_y = 2m$, a vazão na entrada é $Q = 0,248 m^3/s$, a altura da água na saída é $h = 0,185m$, a inclinação do fundo do canal é $\partial z_b / \partial x = -6,25 \times 10^{-4}$ na direção do escoamento. O coeficiente de Manning é $n_b = 0,012 m/s^{1/3}$.

A constante de Smagorinsky escolhida é $C_s = 0,3$ [2], $s_0 = \dots = s_6 = 1,0$ e $s_7 = s_8 = 1/1\tau\tau_t$ [29]. A simulação foi realizada utilizando-se passo espacial $\Delta x = \Delta y = 0,035m$, o temporal $\Delta t = 0,007m$ e o parâmetro de relaxamento, $\tau = 0,60$. Com relação as condições de contorno, nas paredes do cilindro, é conveniente utilizar a condição de contorno *bounce-back* para representar velocidade nula e nas paredes do canal utilizou-se condição de escorregamento. Na entrada do canal utilizou-se vazão constante. Na saída do canal têm-se altura fixa [2,30]. O número de iterações realizadas foi de 40000, o que corresponde a um tempo de 280 segundos de medição. Utilizou-se o compilador GNU Fortran 5.3.0 em um computador com processador intel i7, CPU 2,2 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional 64-bit Windows 10. O tempo de processamento gasto foi de 298 segundos.

Na figura 5, tem-se o perfil da profundidade da água no meio do canal e na direção do escoamento com o parâmetro de relaxamento $\tau = 0,60$, e os dados experimentais. O erro relativo na simulação é menor do que 1% no decorrer de todo o canal. Na figura 6, é possível observar que a profundidade da água aumenta ao se aproximar do cilindro, diminui nas laterais e atinge seu valor mínimo logo depois do cilindro. Tem-se na figura 7 a velocidade da água na direção do escoamento, nota-se que ela aumenta nas laterais do cilindro e atinge o valor mínimo logo depois do cilindro.

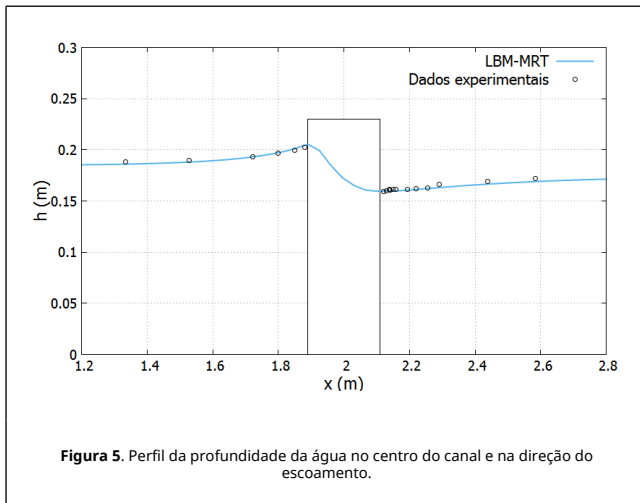


Figura 5. Perfil da profundidade da água no centro do canal e na direção do escoamento.

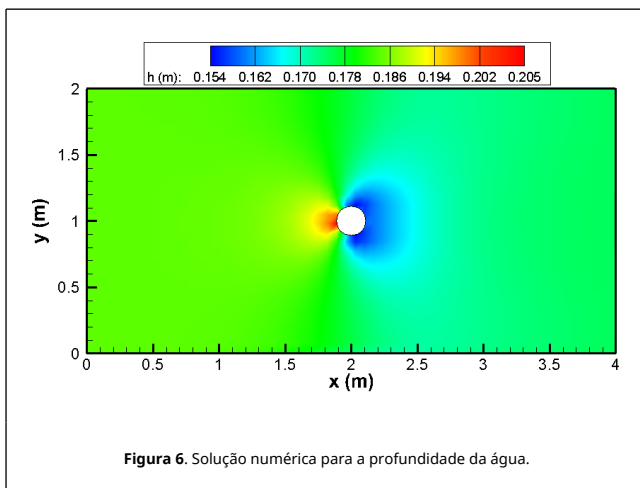


Figura 6. Solução numérica para a profundidade da água.

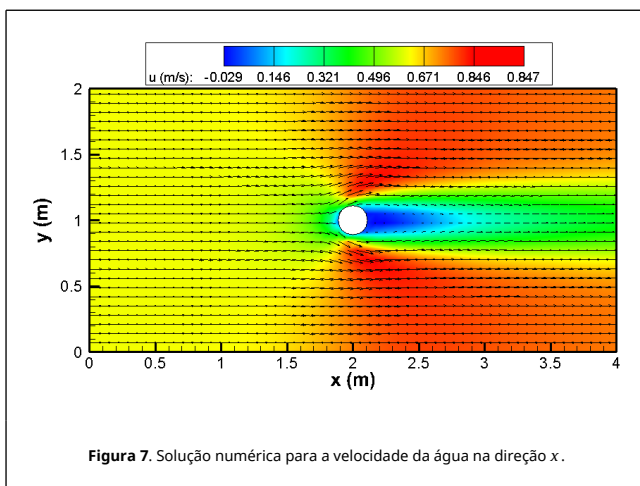


Figura 7. Solução numérica para a velocidade da água na direção x.

Observa-se a ótima concordância entre a simulação e os dados experimentais, demonstrando a capacidade, eficiência e precisão do modelo desenvolvido. Procede-se então, na simulação do problema principal, descrito na seção 4, onde será usado o mesmo modelo desenvolvido. Devido às instabilidades numéricas ocasionadas principalmente pelo número de Froude ser maior do que um, não foi possível utilizar todos os dados reais na simulação e deste modo, os parâmetros foram escolhidos de forma mais próxima possível ao modelo real, de modo a

obter estabilidade numérica. Conforme apresentado anteriormente, mais estudos são necessários para simular escoamentos bidimensionais supercríticos no LBM.

6.2 Etapa II: Simulação do estudo de caso proposto

Os parâmetros utilizados são, o comprimento do canal é $L_x = 33\text{ m}$, a largura do canal é $L_y = 5\text{ m}$, a altura inicial da água é $h_0 = 1,30\text{ m}$, a velocidade inicial na direção x é $u_0 = 1,0\text{ m/s}$, a velocidade inicial na direção y é $v_0 = 0,0\text{ m/s}$ e o parâmetro de relaxamento é $\tau = 1,0$. Os parâmetros foram escolhidos de forma mais próxima possível ao modelo real. O parâmetro de relaxamento foi escolhido o mais próximo possível do valor mínimo limite, que é $\tau > 0,5$, de forma que a simulação retorne resultado estáveis. A constante de Smagorinsky escolhida é $C_s = 0,3$ [43], $s_0 = \dots = s_6 = 1,0$ e $s_7 = s_8 = 1/17\tau$ [29]

Tabela 3. Parâmetros de simulação para o canal de iniciação.

Veloc. no reticulado (m/s)	Passo espacial (m)	Passo de tempo (s)	Estabilidade	Erro relativo (%)	
				Máx.	Min.
5,0	0,04	0,00800	Instável	-	-
5,1	0,04	0,00780	Instável	-	-
5,2	0,04	0,00770	Instável	-	-
5,3	0,04	0,00752	Instável	-	-
5,4	0,04	0,00741	Instável	-	-
5,5	0,04	0,00727	Estável	0,09	0,005
5,6	0,04	0,00714	Estável	0,09	0,005
5,7	0,04	0,0070	Estável	0,09	0,005
6,0	0,04	0,00670	Estável	0,08	0,005
20,0	0,04	0,002	Estável	0,07	0,005
26,67	0,04	0,0015	Estável	0,07	0,005

Os resultados apresentados a seguir são para o caso em que a velocidade no reticulado é de $e = 20\text{ m/s}$, o espaçamento no malha é $\Delta x = \Delta y = 0,04\text{ m}$ e o passo de tempo $\Delta t = 0,002\text{ s}$. O número de iterações realizadas foi de 50000, o que corresponde a um tempo de 100 segundos de medição. Utilizou-se o compilador GNU Fortran 5.3.0 em um computador com processador intel i7, CPU 2.2 GHz, 16GB de memória RAM e sistema operacional 64-bit Windows 10. O tempo de processamento gasto no processamento foi de 6091 segundos.

Este estudo de caso também foi realizado utilizando o LBM-BGK, porém, para obter estabilidade numérica, o valor mínimo obtido para o parâmetro de relaxamento foi de $\tau = 1,5$, enquanto que com o LBM-MRT, $\tau = 1,0$.

A figura 8 apresenta a profundidade da água ao longo do canal. Nota-se que a restrição de altura mínima $0,80\text{ m}$ foi satisfeita. Ao se aproximar da chicana, a profundidade da água aumenta. Ligeiramente depois da chicana, a profundidade diminui. Em cima da chicana a lamina de água é menor do que no restante do canal.

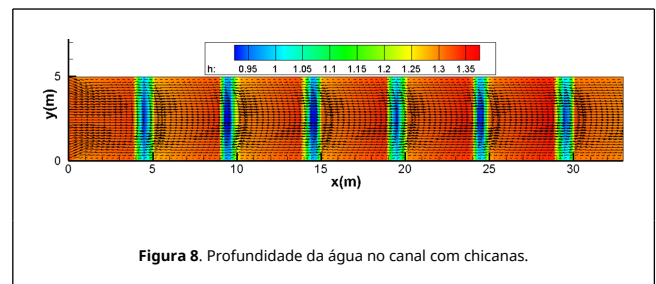


Figura 8. Profundidade da água no canal com chicanas.

Pode-se ver na figura 9, que somente nos pontos localizados em cima das chicanas, a velocidade na direção x atinge seu ponto máximo. Esta previsão é feita no trabalho

de Muller e Gibertoni [41]. Na maioria dos pontos do canal a velocidade é menor do que $1,4\text{ m/s}$. Este resultado mostra que, de fato, as chicanas exercem seu papel de conter a velocidade da água. A velocidade máxima é menor do que 3 m/s , que é a velocidade máxima permitida para a ocorrência da piracema. Para este estudo de caso, a velocidade só pode ser excedida em cima das chicanas [41]. A figura 10 mostra que, utilizando os mesmos parâmetros de simulação, porém sem as chicanas, a velocidade na direção x , é máxima em uma grande região do canal. A comparação entre as figuras 9 e 10, ratifica a importância das chicanas.

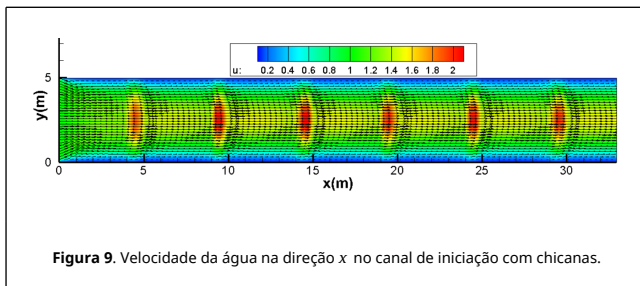


Figura 9. Velocidade da água na direção x no canal de iniciação com chicanas.

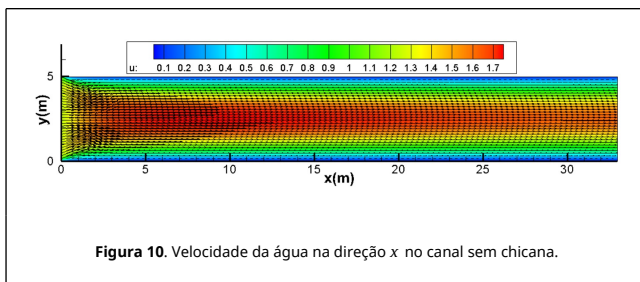


Figura 10. Velocidade da água na direção x no canal sem chicana.

Tem-se também, a velocidade da água na direção y , conforme figura 11, onde pode-se observar a simetria da simulação. Nas chicanas, a velocidade é mais representativa. Conforme a figura 12, os vórtices ocorrem com maior intensidade nas paredes do canal próximo das chicanas.

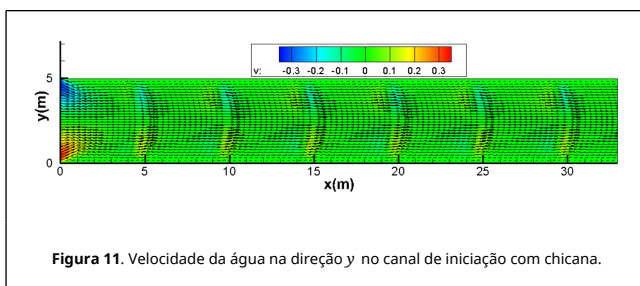


Figura 11. Velocidade da água na direção y no canal de iniciação com chicana.

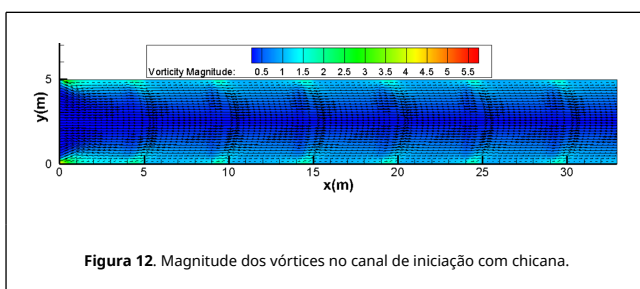


Figura 12. Magnitude dos vórtices no canal de iniciação com chicana.

Na figura 13, nota-se que o maior erro relativo ocorre na entrada do canal, alertando para a busca de condições de contorno que representem melhor as características físicas do problema. Exceto nos primeiros pontos da entrada do

canal, o erro relativo é menor do que $0,01\%$. Este erro atende aos requisitos de precisão da maioria dos problemas em engenharia hidráulica [26].

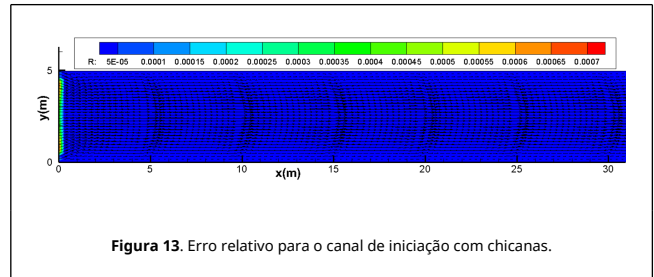


Figura 13. Erro relativo para o canal de iniciação com chicanas.

7. Conclusão

O estudo de caso apresentado neste trabalho trata-se de um problema prático de Engenharia Hidráulica. Os resultados apresentados mostram a capacidade e a precisão do LBM na simulação de escoamento em canais com obstáculos submersos, governado pelas equações de águas rasas. Observa-se que a simulação cumpriu as condições para a ocorrência da piracema descritas na seção 4, ou seja, as velocidades não ultrapassaram 3 m/s nas seções transversais ao longo do trecho analisado, a profundidade da água é superior a $0,8\text{ m}$ e áreas molhadas nas seções transversais superiores a 6 m^2 . Além disso, conforme mencionado na seção 4, ao se aproximar da chicana, a profundidade da água aumenta. Em cima da chicana a lâmina de água diminui e a velocidade aumenta. Nota-se também que a profundidade da água logo depois da chicana é menor que antes da chicana. Este processo se repete ao longo do trecho analisado. Outro ponto interessante é que o LBM-MRT foi capaz de confirmar que as chicanas exercem o papel de reduzir a velocidade da água.

A abordagem da turbulência e o operador de colisão MRT permitiram a diminuição do parâmetro de relaxamento e consequentemente, os resultados descrevem a situação física de forma mais realista. Sem esta implementação, utilizando o LBM-BGK, o valor mínimo alcançado para o parâmetro de relaxamento foi 1,5, enquanto que no LBM-MRT $\tau = 1,0$. Além disso, a presença no código da rotina de estabilidade trouxe, juntamente com a consistência do método, a garantia da convergência da solução numérica. O erro relativo é maior apenas nos primeiros pontos da entrada do canal, alertando para a busca de condições de contorno que representem melhor as características físicas do problema. Exceto nos primeiros pontos da entrada do canal, o erro relativo é menor do que $0,01\%$. Este erro atende aos requisitos de precisão da maioria dos problemas em engenharia hidráulica [26].

Como trabalhos futuros, pretende-se repetir as simulações deste problema, porém abordando o escoamento supercrítico bidimensional, tema que é de interesse atual e ainda sem solução.

Referências

- [1] S. Chen, G. D. Doolen. Lattice Boltzmann Method for fluid flows, Annual Review of Fluid Mechanics 30 (1) (1998) 329-364.
- [2] J. G. Zhou, Lattice Boltzmann Method for Shallow Water Flows, Springer, New York, 2004.
- [3] P. Prestinini, A. Montessori, M. La Rocca, G. Sciortino, Simulation of arrested salt wedges with a multi-layer Shallow Water Lattice Boltzmann model, Advances in Water Resources 96 (2016) 282-289.
- [4] Z. Zhao, P. Huang, Y. Li, J. Li, A lattice Boltzmann method for viscous free surface waves in two dimensions, International Journal for Numerical Methods in Fluids 71 (2013) 223-248.
- [5] O. Pelliccioni, M. Cerrolaza, M. Herrera, Análisis tridimensional de la interacción fluido-estructura en una válvula cardíaca mecánica doble hoja utilizando la ecuación generalizada de lattice Boltzmann. In Revista Internacional de Métodos Numéricos

para Cálculo y Diseño en Ingeniería 22(4) (2006) 377-392.

[6] J. Janela, A. Sequeira, G. Pontrelli, S. Succi, S. Ubertini, Unstructured Lattice Boltzmann Method for Hemodynamic Flows with Shear-Dependent Viscosity, International Journal of Modern Physics C 21 (6) (2010) 795-811.

[7] D. R. Golbert, P. J. Blanco, R. A. Feijó, Tuning a lattice-Boltzmann model for applications in computational hemodynamics, Medical Engineering & Physics 34 (2012) 339-349.

[8] D. R. Golbert, Método de Lattice Boltzmann em Hemodinâmica Computacional: interações fluido-estrutura e modelos acoplados 1D-3D. Tese de Doutorado, LNCC, 2013.

[9] R. Benzi, S. Succi, M. Vergassola, The Lattice Boltzmann Equation: theory and applications, Physics Reports 222 (3) (1992) 145-197.

[10] R. Surmas, Simulação de fenômenos termo-fluidodinâmicos pelo emprego do método de diferenças finitas à solução da equação de Boltzmann. Tese de Doutorado, UFSC, 2010.

[11] R. Zarita, M. Hachemi, Microchannel Fluid Flow and Heat Transfer By Lattice Boltzmann Method. In 4th Micro and Nano Flows Conference, Londres, Inglaterra, 2014.

[12] S. Succi, The Lattice Boltzmann Equation for Dynamics and Beyond. Oxford University Press Inc., New York, 2001.

[13] F. R. do Amaral, Estudo do efeito aeroacústico de um selo localizado na cova do eslate, Dissertação de Mestrado, USP, 2015.

[14] S. Bettaibi, F. Kuznik, E. Sediki, Hybrid lattice Boltzmann finite difference simulation of mixed convection flows in a lid-driven square cavity, Physics Letters A 378 (32) (2014) 2429-2435.

[15] G. Di Ilio, D. Chiappini, S. Ubertini, G. Bella, S. Succi, Hybrid lattice Boltzmann method on overlapping grids, Physical Review E 95(1) (2017) 013309.

[16] P. van Thang, B. Chopard, L. Lefèvre, D. A. Ondo, E. Mendes, Study of the 1D Lattice Boltzmann Shallow Water Equation and Its Coupling to Build a Canal Network. In Journal of Computational Physics 229 (19) (2010) 7373-7400.

[17] J. G. Zhou, H. Liu, S. Shafai, Y. Peng, R. Burrows, Lattice Boltzmann Method for Open-channel Flows, Engineering and Computational Mechanics 163 (2010) 243-249.

[18] X. Zhang, J. Feng, T. Yang, Lattice Boltzmann Method for Overland Flow Studies and its Experimental Validation, Journal of Hydraulic Research 53 (5) (2015) 561-575.

[19] N. Liu, The numerical simulation of one-dimensional overland flow by Lattice Boltzmann Method, In 5th International Conference on Advanced Design and Manufacturing Engineering, China, 2015.

[20] H. Liu, H. Wang, S. Liu, C. Hu, Y. Ding, J. Zhang, Lattice Boltzmann Method for the Saint-Venant Equations, Journal of Hydrology 524 (2015) 411-416.

[21] Z-m. Zhao, P. Huang, S-t. Li, Lattice Boltzmann model for shallow water in curvilinear coordinate grid, Journal of Hydrodynamics 29 (2) (2017) 251-260.

[22] A. De Rosi, A central moments-based lattice Boltzmann scheme for shallow water equations, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 319 (2017) 379-392.

[23] V. Galina, J. Cargnelutti, E. Kaviski, L. M. Gramani, A. M. Lobeiro, Application of lattice boltzmann method for surface runoff in watershed, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 2017 (to appear).

[24] M. F. Friedrich, F. R. Terabe, J. J. Ota, N. do C. Saks, Levantamento de informações durante visitas a sistemas de transposição de peixes no Brasil, in: XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, São Paulo, Brasil, 2007.

[25] Y. Peng, J. M. Zhang, J. G. Zhou, Lattice Boltzmann Model Using Two Relaxation Times for Shallow-Water Equations, Journal of Hydraulic Engineering, 142 (2) (2016) 1-6.

[26] C. Z. Zhang, Y. G. Cheng, J. Y. Wu, Lattice Boltzmann simulation of the open channel flow connecting two cascaded hydropower stations, Journal of Hydrodynamics, 3 (28) (2016) 400-410.

[27] H. Liu, M. Li, A. Shu, Burrows, Large eddy simulation of turbulent shallow water flows using multi-relaxation-time lattice Boltzmann model, International journal for numerical methods in fluids 70 (2012) 1573-1589.

[28] Y. Peng, Lattice Boltzmann Simulations of Environmental Flow Problems in Shallow Water Flows, Ph.D. thesis, University of Liverpool, 2012.

[29] Y. Peng, J. G. Zhou, J. M. Zhang, H. Liu, Lattice Boltzmann modeling of shallow water flows over discontinuous beds, International Journal for Numerical Methods in Fluids 75 (2014) 608-619.

[30] H. Liu, Lattice Boltzmann Simulations for Complex Shallow Water Flows. Ph.D. thesis, University of Liverpool, Liverpool, 2009.

[31] D. d'Humieres, Generalized lattice Boltzmann equations. In Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simulations, Shizgal BD, Weaver DP (eds), IEEE Latin America Transactions, 159 (1992) 450-458.

[32] P. Lallemand, L-S. Luo, Theory of the Lattice Boltzmann Method: Dispersion, Dissipation, Isotropy, Galilean Invariance, and Stability, Physical Review E 61 (2000) 6546-6562.

[33] J. Sterling, S. Chen, Stability Analysis of Lattice Boltzmann Methods, Journal of Computational Physics, 123 (1) (1996) 196-206.

[34] B. Chopard, V. T. Pham, L. Lefèvre, Asymmetric lattice Boltzmann model for shallow water flows, Computers & Fluids 88 (2013) 225-231.

[35] A. H. Hedjripour, D. P. Callaghan, T. E. Baldock, Generalized transformation of the lattice Boltzmann method for shallow water flows, Journal of Hydraulic Research 54 (4) (2016) 371-388.

[36] M. La Rocca, A. Montessori, P. Prestininzi, S. Succi, A multispeed Discrete Boltzmann Model for Transcritical 2D Shallow Water Flows, Journal of Computational Physics 284 (2015) 117-132.

[37] M. La Rocca, C. Adduce, G. Sciortino, Development of a Lattice Boltzmann Method for Two-layered Shallow-water Flow, International Journal for Numerical Methods in Fluids 70 (2012) 1048-1072.

[38] C. F. Janben, S. T. Grilli, M. Krafczyk, Efficient simulations of long wave propagation and runup using a LBM approach on GPGPU hardware, In: Proceedings of the Twenty-second International Offshore and Polar Engineering Conference, Rhodes, Grécia, 2012.

[39] J. G. Zhou, H. Liu, Determination of bed elevation in the enhanced lattice Boltzmann method for the shallow-water equations, Physical Review E 88 (2013) 1-6.

[40] S. Makrakis, O canal da Piracema como sistema de transposição. Ph.D. thesis, UEM, 2007.

[41] I. I. Muller, R. C. Gibertoni Projeto HG-169: Estudos computacionais do comportamento hidráulico dos canais do complexo do parque da barragem e do rio Bela Vista. Universidade Federal do Paraná. Relatório técnico, Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza (CEHPAR), Curitiba, Brasil, 2002.

[42] B. Yulistiyanto, Flow around a cylinder installed in a fixed-bed open channel. Ph.D. thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 1997.

[43] H. Liu, J. G. Zhou, R. Burrows, Lattice Boltzmann simulations of the transient shallow water flows, Advances in Water Resource 33 (2010) 387-396.